Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen

(Auszug aus dem Buch
„Sammelwerk der Kartenspiel-Technik im Bridge“
Kapitel 4)

© by www.bridgebooks.de

© by www.bridgebooks.de

Yves Mucha
1. Ausgabe 2014
Karlsruher Bridge Verlag

© **Karlsruher Bridge Verlag**
Schönblick 9
D - 76275 Ettlingen
info@bridgebooks.de
www.bridgebooks.de

§ 1. WAHRSCHEINLICHKEITEN BEIM BRIDGE

Im Folgenden wird das Umgehen mit Wahrscheinlichkeiten bei den Überlegungen für einen Spielplan erläutert.

Grundlagen

Nehmen wir an, Sie gewinnen dann eine Wette, wenn Sie aus einem gemischten Kartenpaket die Farbe Karo ziehen. Offensichtlich beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür 25 %, weil die erfolgreiche Farbe Karo eine von insgesamt vier möglichen, gleichwertigen Farben ist. Die alternative Gegen-Wahrscheinlichkeit, nicht Karo zu ziehen, beträgt dann zwangsläufig 75%.
Eine Wahrscheinlichkeit von 25 % für dieses Zufallsereignis heißt aber nicht, dass bei vier Versuchen genau einmal das günstige Ereignis Karo eintritt. Es wäre nicht ungewöhnlich, wenn z.B. zwei- oder dreimal hintereinander Karo gezogen wird. Wenn Sie aber diesen Vorgang sehr oft wiederholen, sagen wir z.B. 1000 mal, dann wird das Ergebnis sehr dicht bei 250 mal liegen.
In bestimmten Fällen ist es zweckmäßig, mit dem Verhältnis von Wahrscheinlichkeit (W) zur alternativen Gegen-Wahrscheinlichkeit (100%-W) zu operieren, das auch als Chancen-Verhältnis (V) oder einfach als Chance bezeichnet wird. Die Chance für Karo ist dann 1/3 (=25/75) bzw. 1:3. Die Wahrscheinlichkeit für Karo ist ein Drittel im Vergleich zu nicht-Karo.
Beispiele beim realen Bridge sind: Die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Figur in einer Hand sei 50%. Also sprechen auch 50% dagegen bzw. die Position dieser Figur ist maximal unsicher bzw. die Chance für diese Figur in einer Hand ist 1:1. Oder: Die 3-2 Verteilung von fünf ausstehenden Karten hat von vornherein, d.h. bevor eine Karte gespielt wurde, eine Wahrscheinlichkeit von 68%. Die Alternative, die 4-1 und die 5-0 Verteilung, ist dann zusammen zu 32% wahrscheinlich. Die Chance für 3-2 ist also 2,1:1 dafür (=68/32) bzw. 1:2,1 dagegen. Die Wahrscheinlichkeit einer 3-2 Verteilung ist 2,1 mal so groß wie die 4-1 und 5-0 Verteilung zusammen.
Das Verhältnis zweier alternativer Wahrscheinlichkeiten wird auch mit dem englischen Begriff Odd (V) bezeichnet. Die Odds z.B. für eine 3-2 Verteilung sind danach 2,1:1 (2,1 dafür, 1 dagegen).
Umrechnung: W=100xV/(1+V) bzw. V=W/(100-W).

© by www.bridgebooks.de

Sollte im Beispiel dann gewonnen werden, wenn Karo **oder** Coeur gezogen wird, dann addieren sich die Wahrscheinlichkeiten der beiden unabhängigen Ereignisse zu einer resultierenden Wahrscheinlichkeit von 50 %.
Beim realen Bridge entspricht dies z. B. der Situation, wenn mit AKB10-xxx vier Stiche mit folgender Spielweise erzielt werden sollen. Man schlägt zunächst das Ass und macht dann den Schnitt. Dies gewinnt, wenn entweder die Dame hinter AKB10 blank steht (1,2 %) oder die Dame im Schnitt ist (50 %), also insgesamt mit 51,2 %.
Haben Sie im obigen Beispiel nicht Karo gezogen und erhalten eine zweite Chance (die gezogene Karte wird wieder eingesteckt), dann haben Sie wiederum eine Chance von 25 % für Karo, allerdings nur auf die Restchance von 75 %, die nach dem ersten Versuch übrig blieb. Die Chance im ersten **oder** zweiten Versuch Karo zu ziehen ist daher nicht die Summe der Einzelchancen (das wären 50 %), sondern 25 % plus 25 % von 75 %, also insgesamt 44 % (25% + 0,75x25%).
Beim realen Bridge entspricht dies z.B. der Situation, dass mindestens einer von zwei möglichen Schnitten erfolgreich ist, d.h. entweder der erste **oder** der zweite. Die resultierende Wahrscheinlichkeit dafür ist dann 75% (50% + 0,5x50%).

Besteht in unserem Beispiel die Wette darin, dass man nur dann gewinnt, wenn bei zwei Versuchen hintereinander jedes Mal Karo gezogen wird, dann ist die resultierende Wahrscheinlichkeit dafür das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten, also 6,25 % (25%x0,25).
Im realen Bridge entspricht dies z.B. der Situation, wenn zur Erfüllung des Kontraktes von zwei vorhandenen Schnittmöglichkeiten beide, also die erste **und** die zweite erfolgreich sein müssen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist dann 25 % (50%x0,5).
Soweit das einführende Beispiel.

Jeder Bridgespieler weiß: Keine Hand ist wie die andere. Das bestätigt auch die Statistik. Es gibt über 635 Milliarden verschiedene Hände, die ein bestimmter Spieler, z.B. auf Nord, aufnehmen kann. Der Alleinspieler, der 26 Karten sieht, hat es mit über 10 Millionen Verteilungen jeder Gegnerhand, z.B. auf Ost zu tun. Zum Beispiel: Die Wahrscheinlichkeit dafür eine Hand (die sog. Yarborough-Hand) ohne eine einzige Figur zu erhalten beträgt 0,055%. Im Schnitt wird man bei 1000 Händen etwa 5 bis 6 mal eine solche Hand aufnehmen. Die Chancen bzw. die Odds für so eine Hand stehen 1 zu 1827 dafür bzw. 1827:1 dagegen.

© www.bridgebooks.de

Wahrscheinlichkeiten bestimmter Hände:

Merkmal	%-Wahrscheinlichkeit	Chancen-Verhältnis (Odds)
Ohne Figur (auch ohne 10)	0,055	1:1827
15-17 Figurenpunkte	10,1	1:8,9
12-14 Figurenpunkte	20,6	1:3,8
Kein Ass	30,3	1:2,3
Alle vier Asse	0,27	1:378
Mindestens ein Single in einer Hand	30,8	1:2,25
Mindestens eine Chicane in einer Hand	5,1	1:19
Eine 8er Länge	0,47	1:213

© by www.bridgebooks.de

§ 2. TYPISCHE ANALYSEN

Für die Kombination mehrerer Chancen gelten folgende Regeln:

1. Die resultierende Wahrscheinlichkeit von Kombinationen der gleichen Farbe ist die Summe der Einzel-Wahrscheinlichkeiten, z.B. bei zwei Kombinationen W=W(1)+W(2).

2. Für die resultierende Wahrscheinlichkeit zweier alternativer Chancen (Entweder- Oder-Chancen) mit den Wahrscheinlichkeiten W(1) und W(2) gilt:

W=W(1)+W(rest)xW(2).

W(rest) ist die sog. Rest-Wahrscheinlichkeit, die nach dem Misserfolg der ersten Chance noch zur Verfügung steht. Sind beide Chancen unabhängig, so gilt W(rest)=100-W(1). Bei mehreren Alternativen wird sukzessiv vorgegangen: Bei drei Chancen z.B. werden die beiden ersten betrachtet und dann mit der dritten kombiniert.

3. Die resultierende Wahrscheinlichkeit von mehreren unabhängigen Chancen, die alle eintreffen müssen, (Sowohl-Als-Auch-Chancen), ist das Produkt ihrer Einzel-Wahrscheinlichkeit, z.B. bei drei Bedingungen oder Chancen gilt

W=W(1)xW(2)xW(3).

4. Eingeschränkte Chancen können durch eine Reduzierung der Rest-Wahrscheinlichkeit (Regel 2) oder durch einen Verminderungsfaktor (Regel 3) berücksichtigt werden.

Die folgenden Analysen basieren auf den theoretischen Apriori-Verteilungen der ausstehenden Karten gemäß Tabelle III, auch wenn damit gerechnet werden muss, dass sich diese im Verlauf des Spieles verändern. Aber vorerst hat der Alleinspieler keine andere Wahl und es ist die beste Strategie.

I. KOMBINATIONEN IN DER GLEICHEN FARBE (Regel 1)

© by www.bridgebooks.de

Beispiel 1:

N: **AKxx**

S: **Bxx**

Hier soll die Wahrscheinlichkeit zur Erzielung von drei Stichen durch Schlagen von Ass und König bestimmt werden. Man gewinnt, wenn die sechs ausstehenden Karten 3-3 verteilt sind (35,5%) oder die Dame blank (2,4 %) oder zu zweit (16,1 %) steht, also mit insgesamt 52,8 %. Besser ist allerdings, nach dem Ass klein zum Buben zu spielen (69%).

Beispiel 2:

N: **AKBx**

S: **xx**

Hier ist die Frage, ob in einem Farbspiel das Herausschnappen der Dame besser ist als der sofortige Schnitt, um drei Stiche zu erzielen. Die Wahrscheinlichkeit der blanken Dame beträgt 1,0%, der double Dame 8,7% und der dritten Dame 26,7% (. Folglich beträgt die Wahrscheinlichkeit des Schnapper-Spiels 36% (=1,0%+8,7%+26,7%) gegenüber 50% beim Schneiden.

II. KOMBINATIONEN MIT VERSCHIEDENEN FARBEN
(Regel 2 und 3)

Beispiel 3:

♠ 104
♥ 543
♦ K64
♣ AD732

N
W O
S

♠ A2
♥ ADB
♦ A8752
♣ K54

Häufig hat der Alleinspieler von vornherein zwei alternative Chancen (Entweder-Oder). Süd erhält gegen 3SA Pik-Angriff. Er gewinnt, wenn entweder die gegnerischen Treffs 3-2 verteilt sind (68%) oder wenn der Schnitt auf den Coeur-König klappt (50%). Wichtig ist so zu spielen, dass nach dem Misslingen der ersten Chance die zweite erhalten bleibt. Daher muss nach dem Pik-Ass mit Treff begonnen werden, endend nach drei Runden bei Nord. Sind die Treffs nicht ausgefallen, bleibt noch eine Rest-Wahrscheinlichkeit von 32% (100%-68%) und es wird der Coeur-Schnitt probiert. Diese Spielweise gewinnt dann insgesamt mit 84% (68%+0,5x32%).

Beispiel 4:

♠ 104
♥ 6543
♦ K64
♣ AD73

N
W O
S

♠ A2
♥ AD2
♦ A8752
♣ K54

Süd spielt wieder 3SA bei Pik-Angriff. Hier ist das Spiel sofort verloren, wenn eine der beiden Chancen in Treff (3-3) oder in Coeur (Schneiden) nicht eintritt. Man gewinnt nur, wenn beide erfolgreich sind. Süd sollte mit derjenigen Farbe beginnen, die wahrscheinlich die meisten Stiche liefert, falls der erste Schnitt misslingt, hier also mit Treff. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt beider Chancen beträgt in diesem Beispiel 34% (=68%x50%=68%x0,5).

© by www.bridgebooks.de

Beispiel 5:

♠ AD7
♥ AB863
♦ K
♣ KB98

N
W O
S

♠ B1094
♥ D5
♦ A95
♣ A1076

© by www.bridgebooks.de

Erfolgreiche Schnitte sind oft die einzige Chance, um einen Kontrakt zu erfüllen. Hier erhält Süd gegen 6 Treff Karo-Angriff. Er spielt darauf, dass die ausstehenden Trümpfe nicht extrem verteilt sind und dass zwei der drei möglichen Schnitte gewinnen. Wie stehen die Chancen?

Ausgehend vom Schnitt auf die Trumpf-Dame verläuft das Spiel in zwei Richtungen. Rät Süd beim Treff-Schnitt richtig (50%), muss anschließend einer der Schnitte in Pik oder in Coeur erfolgreich sein (75%). Dies zusammen ergibt eine Wahrscheinlichkeit von 37,5% (50%x0,75), den Schlemm zu erfüllen.

War der Treff-Schnitt nicht erfolgreich, verbleibt noch eine Rest-Wahrscheinlichkeit von 50% dafür, dass anschließend sowohl der Coeur-Schnitt (50%) als auch der Schnitt in Pik (50%) erfolgreich sind, was zu 25% (50%x0,50) der Fall ist. 25% von der Rest-Wahrscheinlichkeit 50% ergeben 12,5% (25%x0,50) für die Kontrakterfüllung nach erfolglosem Treff-Schnitt.
Die Wahrscheinlichkeit beider Chancen sind zu addieren, weil sie von der gleichen Farbe (Treff) stammen. Folglich beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von drei Schnitten zwei erfolgreich sind 50%.

III. SPIELWEISE DER BESTEN CHANCE

In den bisherigen Beispielen ging es darum, die Chancen einer bestimmten Spielweise abzuschätzen. Fast immer steht der Alleinspieler vor der Aufgabe, von mehreren Spielweisen die erfolgsreichste, d.h. die mit der größten Wahrscheinlichkeit zu bestimmen oder zumindest abzuschätzen.

Beispiel 6:

♠ 2
♥ A8642
♦ K7532
♣ K6

	N	
W		O
	S	

♠ AKDB43
♥ 3
♦ A6
♣ A542

© by www.bridgetools.de

Oft unterscheiden sich die zu untersuchenden Varianten durch die Verteilung ihrer Farben. Süd soll hier 6 Pik gegen Treff-Angriff gewinnen. Zwei Spielweisen bieten sich an, um zumindest einen Verlierer in Treff zu vermeiden. Entweder ein Treff mit dem Trumpf des Tisches zu schnappen oder nach dem Ziehen der Trümpfe, zweimal die Karos in der Hand zu schnappen, um dann auf das hohe Karo des Tisches ein Treff aus der Hand abzuwerfen. Die Entscheidung muss wegen der Übergänge sofort getroffen werden. Schnappen der dritten Treffrunde gewinnt, wenn die sieben ausstehenden Treffs 4-3 verteilt sind, was zu 62,2 % der Fall ist. Es besteht allerdings das Risiko, dass nach dem Treff-Schnapper der Übergang in die Hand, am besten mit dem Karo Ass, geschnappt wird. Erforderlich ist also kein 6-0 Stand (98,5%) der Karos, so dass diese Variante mit etwa 61% (62,2%x0,985) gewinnt.

Bei der Variante Hochschnappen der Karos wird der erste Stich mit dem Treff Ass gewonnen. Nach dem Ziehen der gegnerischen Trümpfe werden die Karos in zwei Runden geschnappt und mit dem Treff König oder Coeur Ass wird der Tisch erreicht, um auf das hohe Karo einen der Treff-Verlierer abzuwerfen. Man gewinnt, wenn die Karos 3-3 (35,5%) oder 4-2 (48,4%) stehen, also mit 84% (=35,5% +48,4%). Die Karo-Variante ist die deutlich beste.

Vorausgesetzt wurden günstig stehende Trümpfe, idealerweise 3-3 verteilt. Aber auch bei ungünstigen Trumpfständen ergeben sich bei beiden Varianten im Lauf des Spieles zusätzliche Chancen, so dass der Kontrakt fast immer gewonnen wird.

Bei langen Trumpffarben mit Schnittchancen ist oft Schlagen besser als Schneiden, wenn daneben noch weitere Chancen bestehen. Aber nicht in diesem Beispiel.

Beispiel 7:

♠ 86
♥ A32
♦ A1065
♣ 5432

N
W **O**
S

♠ AD
♥ 64
♦ DB8743
♣ AK6

Süd spielt 5 Karo und West beginnt zum Glück mit dem Pik-Buben. Verliert der Schnitt auf den Trumpf-König, ist das Spiel bei Coeur-Rückspiel sofort verloren. Immerhin, die Wahrscheinlichkeit, den Kontrakt zu gewinnen, liegt bei 50%.
Eine andere Variante ist, sofort das Trumpf-Ass zu schlagen und auf den blanken König zu hoffen. Dies gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von 26%. Fällt der König nicht, besteht noch die Chance, dass die gegnerischen Treffs 3-3 stehen. Das vermutliche Rückspiel in Coeur nach der dritten Treff-Runde wird mit dem Ass gewonnen und auf das hohe Treff der Verlierer in Coeur abgeworfen. Voraussetzung dafür ist wegen Schnappergefahr ein 2-1 Trumpfstand (78%), so dass beide Chancen insgesamt zu etwa 47% (26%+(100%-26%)x0,355x0,78) gewinnen. Der sofortige Trumpf-Schnitt ist hier auch deswegen vorzuziehen, weil gar nicht sicher ist, dass der Gegner auch das tödliche Rückspiel in Coeur findet, wenn er bei dem Spiel auf Treff 3-3 am Stich ist.

© by www.bridgebooks.de

Erhält man im Laufe des Spiels Hinweise über den tatsächlichen Kartenstand, ist eine Neuwertug der besten Chance angesagt.

Beispiel 8:

♠ x
♥ AKDxx
♦ AK9x
♣ B10x

N
W O
S

♠ AKxx
♥ xx
♦ 10xxx
♣ A9x

Süd spielt 3SA. West greift mit der Pik-Dame an und der Alleinspieler gewinnt den ersten Stich. Zwei sehr erfolgversprechende Varianten bieten sich für den fehlenden neunten Stich an. Erstens das sofortige Herausducken eines Coeurs, was bei einer 3-3 oder 4-2 Verteilung zu 84% (36%+48%) vier Stiche ergibt. Oder zweitens spielt man zu einem hohen Coeur und legt den Treff Buben vor. Verliert er, werden die Coeurs getestet. Fallen sie nicht aus, wird der Doppelschnitt in Treff (75%) probiert, was zusammen auch zu 84% (=75%+0,25-36%) gewinnt. Beide Varianten wären demnach gleichwertig.

Dies ist eine typische Situation, in der der Alleinspieler durch das Abspielen von nicht weiter benötigten Gewinnern Hinweise über den tatsächlichen Kartenstand erfahren möchte. Er spielt also das Karo-Ass, Ost bedient mit der Dame, und Süd setzt gefahrlos mit dem Karo-König fort auch in der Hoffnung auf einen 3-2 Stand, der den neunten Stich sofort sichern würde. Doch Ost blinkt aus. Dies spricht dafür, dass West Längen in Pik (wahrscheinlich fünf Karten) und Karo (vier Karten) hält und Ost eine gewisse Länge in Coeur, wahrscheinlich mit fünf Karten.

Folglich sind die tatsächlichen Coeur-Chancen weit geringer als ursprünglich angenommen. Es ist einiges unsicher, doch der Doppelschnitt in Treff hat wahrscheinlich die besten Chancen.

© by www.bridgebooks.de

IV. VERÄNDERTE WAHRSCHEINLICHKEITEN

Die bisherigen Analysen der Wahrscheinlichkeiten beruhten vor allem auf zwei Voraussetzungen. Erstens darauf, dass die Position einer bestimmten Karte bei den Gegnern auf Ost oder West zu je 50% gleichwahrscheinlich ist. Dies ist bei Ermangelung jeweder Informationen über den tatsächlichen Kartenstand die bestmögliche Annahme. Die Wahrscheinlichkeit der aktuell tatsächlichen Position muss dann bei bekannt werdenden Informationen entsprechend korrigiert werden.

Zeigt z.B. ein Gegner im Lizit einen extremen Zweifärber, dann bleibt nicht mehr viel Platz für z.B. den König in einer anderen Farbe übrig.
Die Wahrscheinlichkeit dafür ist dann in diesem aktuellen Fall weit geringer als 50%.

Die zweite Voraussetzung ist, dass die Verteilung der gegnerischen Karten den tatsächlichen, aktuellen Kartenstand nicht berücksichtigt. Auch hier muss mit fortschreitendem Spiel entsprechend korrigiert werden.

Wird z.B. in einer Farbe angegriffen, die der andere Gegner bedient und in der der Alleinspieler in seinen Händen fünf Karten hält, so steht bereits beim ersten Stich fest, dass die 5-0 Verteilung in dieser Farbe ausscheidet bzw. sich von ursprünglich 4% auf 0% verändert hat. Jede besonders auffällige Karte der Gegner zeigt eine Veränderung der ursprünglichen (apriori) Wahrscheinlichkeit an.
Hinzu kommt, dass mit zunehmender Stichzahl die Wahrscheinlichkeiten der gleichmäßigen Verteilungen (2-2, 3-3, 4-4) im Vergleich zu den ungleichmäßigen Verteilungen (3-1, 4-2, 5-3) systematisch zunehmen. Fehlen z.B. in einem Vierkarten-Endspiel in einer Farbe sechs Karten, so beträgt die tatsächliche Wahrscheinlichkeit der 3-3 Verteilung (57,1%) $(={}_6C_3 x {}_2C_1/{}_8C_4)$ und die der 4-2 Verteilung zwangläufig 32,9%, gegenüber ursprünglich 35,5% bzw. 48,4% bei 26 Karten in den Gegnerhänden.
Mit fortschreitender Stichzahl kommt also in Grenzsituationen Schlagen gegenüber Schneiden immer mehr in Betracht.

Für das praktische Spiel am Tisch gibt es Methoden, die korrigierten bzw. aktuellen Wahrscheinlichkeiten von Verteilungen und Position bestimmter Karten zumindest abzuschätzen.

© by www.bridgebooks.de

1. Methode der freien Plätze (Vacant Places)

Freie Plätze kennzeichnen Karten in einer Hand, über die der Alleinspieler noch keine spezifischen Information verfügt.
Ist aber z.B. bekannt, dass eine bestimmte gegnerische Hand in einer bestimmten Farbe sechs Karten hält und ist über die anderen Farben nichts bekannt, dann hält diese Hand sieben (=13-6) freie Plätze für die Positionierung einer bestimmten Karte.

Es gelten folgende (Bayes'sche) Regeln:

©by www.bridgebooks.de

1) Die korrigierten Odds für die Position einer bestimmten Karte auf Ost oder West entsprechen dem Verhältnis ihrer freien Plätze.
2) Die korrigierten Odds einer Spielweise entsprechen dem Produkt aus deren Apriori-Odds und dem Verhältnis der aktuellen freien Plätze.

Die gesuchte Karte hat die Farbe der bekannten freien Plätze

Beispiel 9:

In diesem Beispiel kann hier nach beiden Seiten geschnitten werden.

N: **AB9x**

S: **K108**

Diesmal sei aus dem Lizit bekannt, dass Ost in dieser Farbe fünf Karten versprochen hat und West folglich nur noch eine darin halten kann. Das Verhältnis der freien Plätze für die Positionierung der Dame bei Ost gegenüber West ist somit 5:1 (=5/1). Die Wahrscheinlichkeit für die Dame bei Ost ist fünfmal so groß wie bei West. Somit ist der Schnitt zur 10 die eindeutig bessere Variante.
Ohne irgendeine Kenntnis über die gegnerischen Karten beträgt die Wahrscheinlichkeit auf Ost zu schneiden 50% (Odds 1:1). Wie groß ist die neue Wahrscheinlichkeit? Nach obiger Regel sind die neuen Odds dafür gleich dem Produkt aus den alten Odds (1:1) und dem Verhältnis der freien Plätze (5:1). Somit haben die neuen Odds für die Dame bei Ost (im Vergleich zu West) den Wert 5:1 (=1x5), was einer korrigierten Wahrscheinlichkeit von 83% entspricht, gegenüber 50% ohne das Wissen über die freien Plätze.

Beispiel 10:

Hier geht es wieder um die Frage Schneiden oder Schlagen.

N: AKD10

S: xxx

Der Alleinspieler spielt nach Ass und König klein zu D10 und West bedient die dritte Runde mit einer kleinen Karte. Schlagen oder Schneiden?
West zeigte drei Karten und Ost zwei bzw. West hält 10 freie Plätze für den gesuchten Buben und Ost 11. Die Wahrscheinlichkeit für den Buben bei Ost ist das 1,1fache (=11/10) im Vergleich zu West. Das heißt aber auch, dass die ursprüngliche Wahrscheinlichkeit von 36% für die 3-3 Verteilung auf 52% (=100x1,1/(1,1+1) anwuchs. Daher ist Schlagen richtig. Ansonsten verlief das Spiel ohne besondere Auffälligkeiten.

© by www.bridgebooks.de

Die gesuchte Karte hat nicht die Farbe der bekannten freien Plätze

Inbesondere nach Sperransagen sollten die Apriori-Wahrscheinlichkeiten korrigiert werden.

Beispiel 11:

♠ Dxx
♥ A10xxx
♦ xx
♣ Axx

N

W O

S

♠ Kx
♥ DBxxxx
♦ Axx
♣ xx

West greift gegen 4♥ von Süd mit der ♦D an, nachdem Ost mit 3 Karo eröffnete. Süd gewinnt und spielt ein Coeur und West bedient klein. Schneiden oder Schlagen?

Ein routinierter Spieler weiß, dass mit 11 gemeinsamen Karten normalerweise Schlagen (52%) etwas besser ist als Schneiden (48%). Doch hier liegt eine besondere, auffällige Situation vor, die eine Korrektur nahelegt. Bekannt ist, dass Ost neben den sieben Karos noch sechs freie Plätze für eine andere Karte hält. Von West ist eine Karte in Coeur und eine in Karo bekannt, er hält somit 11 freie Plätze im Vergleich zu sechs bei Ost. Das Verhältnis der freien Plätze von West zu Ost ist demnach mit 1,8 (=11/6) fast doppelt so groß wie bei Ost.

Die ursprüngliche Apriori-Wahrscheinlichkeit für Schneiden in diesem Beispiel beträgt 48% bzw. die Odds dafür sind 12/13. Damit erhält man für die neuen Odds des Schneidens 12/13x11/6 = 1,7:1, was einer Wahrscheinlichkeit von 63% entspricht. Die Wahrscheinlichkeit für Schneiden (63%) ist 1,7mal größer als für Schlagen (37%), wenn man die Sperrung von Ost berücksichtigt.

Hinweise über freie Plätze liefert auch der Angriff. Wird z.B. offensichtlich von der Fünfhöchsten einer Farbe angegriffen, in der der Partner des Angreifenden nur zwei Karten hält, dann spricht das Verhältnis von 11:8 der freien Plätze dafür, eine spezifische Karte nicht bei dem Angreifenden zu suchen. Bei Angriffen mit hohen Karten ist zu berücksichtigen, dass neben der Angriffs-Karte noch weitere gleichwertige Karten stehen können, die die Anzahl der freien Plätze entsprechend verringern.

Auch Informationen über die Verteilung der fehlenden Punkte können nach dieser Methode ausgenutzt werden. Ist z.B. bekannt, dass der eine Gegner 15-17 der 19 ausstehenden Figurenpunkte hält, und der andere folglich 2-4, dann spricht das Punkte-Verhältnis von etwa 3-1 sehr stark dafür, dass eine gesuchte Figur eher bei der punktstarken Hand steht.

Erfahrungen wie „steht ein Ass links, so steht das andere rechts“ sind zweifelhaft. Besser ist, das andere Ass dort anzunehmen, wo mehr freie Plätze sind.

© by www.bridgebooks.de

2. Methode der Ausschließung

Beispiel 12:

Die gegnerische Zugabe einer besonders auffälligen Karte erleichtert es, das beste Spiel zu finden.

N: **AKBxx**

S: **xxxx**

Einem routinierten Spieler ist bekannt, dass mit neun Karten in den gemeinsamen Händen mit dieser Kombination geschlagen und nicht geschnitten werden sollte. Schlagen gewinnt in 53% der Fälle.

Dieses Beispiel soll auch die vorhin erwähnte Gesetzmäßigkeit veranschaulichen, dass bei einem geringeren Kartenumfang die Wahrscheinlichkeit gleichmäßiger Verteilungen relativ zunimmt.

Süd spielt klein zum König und beide bedienen unauffällig. In der zweiten Runde bedient West mit der 10. Gibt es Hinweise dafür, wie am besten weitergespielt werden sollte? Es gibt zwei davon. Erstens haben in der ersten Runde beide Gegner bedient, so dass die 4-0 Verteilung auszuschließen ist. Zweitens ist auszuschließen, das bei den acht möglichen 3-1 Verteilungen die blanke Dame dabei ist.
Daraus folgt, dass die ursprüngliche Wahrscheinlichkeit einer 2-2 Verteilung auf Kosten der 3-1 Verteilungen zugenommen haben muss. Wenn die aktuelle 2-2 Verteilung nun größer als 50% ist, dann wäre Schlagen am besten.
Wie in der folgenden Tabelle verfolgt werden kann, beträgt die aktuelle Wahrscheinlichkeit der 2-2 Verteilung 52% gegenüber ursprünglich 40,7%. Auch aus diesem Grund ist in der folgenden Runde Schlagen richtig.

© by www.bridgebooks.de

Korrigierte Wahrscheinlichkeiten der 2-2 Verteilung

Verteilung	4-0	3-1	2-2
Vor der ersten Runde	9,6%	49,7%	40,7%
Auszuschließen	alle	blanke Dame 12,4%	nichts
Nach der ersten Runde	0%	37,3%	40,7%
Apriori Odds	2-2/3-1	= 40,7/49,7=0,82:1	
Korrigierte Odds	2-2/3-1	= 40,7/37,3=1,09:1	
Korrigierte Wahrscheinlichkeit der 2-2 Verteilung		= 100x1,09/(1+1,09)=**52%**	

3. Nochmals: Das Prinzip der eingeschänkten Wahl

Auch mit Hilfe dieses Prinzips kann man in bestimmten Situationen durch relativ einfache Wahrscheinlichkeits-Betrachtungen das beste Spiel finden. Es geht um Situationen, bei denen der Alleinspieler eine Schnittposition hält und in der gleichen Farbe zwei (oder mehr) angrenzende gleichwertige Figuren fehlen.

Hält ein Gegner nur eine davon, dann muss er sie spielen, wenn er bedient oder den Stich gewinnt. Seine Wahl ist quasi eingeschränkt.
Hält ein Gegner dagegen beide Figuren, die er zugeben muss oder mit denen er den Stich gewinnt, so hat er sozusagen die freie Wahl, welche der beiden Figuren er spielt. Die beste Strategie ist, wenn er zufallsartig abwechselnd mal die eine und mal die andere Figur zugibt.

Beispiel 13:

N: **AK1098**	**West-Ost:**	a) 76	DB	(6,8%=40,6%/6)
S: **5432**		b) D76	B	(6,2%=49,7%/8)
		c) B76	D	(6,2%=49,7%/8)

© by www.bridgebooks.de

Süd spielt die 2, West die 6 oder die 7 und Ost gibt eine der beiden fehlenden Figuren. Bekannt ist, dass beide Figuren in seiner Hand (a) etwa gleich häufig vorkommen wie eine blanke Figur (b oder c). Angenommen, Ost spielt strategisch richtig und legt von DB zufallartig abwechselnd mal die Dame und mal den Buben. Zwei (b, c) der drei möglichen Verteilungen (a, b, c) sprechen dann dafür, dass die andere Figur bei West steht.
Spielt z.B. Ost im ersten Stich den Buben, so ist die Wahrscheinlichkeit für die Dame bei West folglich etwa doppelt so groß wie bei Ost. Daher ist im Beispiel der Schnitt in der nächsten Runde richtig.
Die allgemeine Regel lautet:

> Fehlen zwei angrenzenden Figuren und wird eine davon im ersten Stich sichtbar (entweder sie gewinnt den Stich nach einem Schnitt oder sie wird zugegeben, dann stehen die Odds (Chancen-Verhältnis) von etwa 2:1 dafür, dass die andere Figur beim anderen Gegner steht, entsprechend 3:1 bei drei angrenzenden Figuren.

In dieser speziellen Situation ist also Schneiden in der zweiten Runde richtig und nicht Schlagen wie allgemein mit neun gemeinsamen Karten vorgesehen.

Die Spielweise der Gegner berücksichtigen

Aber nicht jeder Gegner hält sich an die optimale Strategie, von gleichwertigen Karten abwechselnd, zufallsartig zuzugeben.

Der Alleinspieler kann bezüglich der Art, wie sich ein Gegner in derartigen Fällen verhält, drei Typen unterscheiden und daraus die Konsequenzen ziehen:

1) Ost ist eher ein Spieler, der praktisch immer „ehrlich" von mehreren Karten die kleinste zugibt, also von DB den Buben. Deshalb stehen die Odds mit 1,1 (=6,8/6,2) dafür, dass er auch die Dame hält. Schlagen ist richtig und gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von 52% (=100x1,1/(1,1+1)).
2) Ost ist eher ein Spieler, der von DB immer „täuschend" die Dame spielt. Diese unüberlegte Spielweise wird ihm hier zum Verhängnis, denn der Schnitt zur Dame bei West ist nun praktisch zu 100% sicher.
3) Ost ist ein erfahrener Spieler, der weiß, dass am besten von DB zufallsartig abwechselnd mal die Dame, mal der Bube bedient werden sollte, um sich nicht wie im Fall 1 oder 2 zu verraten. Hier wird der Alleinspieler am besten gemäß obiger Regel verfahren und falls möglich die auf die fehlende Figur schneiden.

Im praktischen Spiel kommt es relativ oft zu derartigen Situationen:

Beispiel 14:

N: **65**

S: **D104**

West spielt die 3 gegen einen SA-Kontrakt, Ost den König und die 7 zurück. Es liegt eine Situation der eingeschränkten Wahl vor, da Ost auch noch das Ass halten kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass West das Ass hat, ist aber doppelt so groß wie bei Ost. Also bleibt nur die Hoffnung, dass Ost auch den Buben hält und der Schnitt zur 10 ist richtig.

Beispiel 15:

N: **B983**

S: **AD75**

Süd spielt die 3 vom Tisch, Ost die 4 und die Dame verliert an den König. Es geht darum, sich gegen eine 4-1 Verteilung zu schützen. War der König von West blank, muss anschließend zum Buben gespielt werden, um dann auf die 10 von Ost zu schneiden. War bei Ost die 4 blank, muss das Ass und dann gegen die 10 bei West geschnitten werden. Die Apriori-Wahrscheinlichkeit beider Situationen ist gleich. Doch der Alleinspieler muss aber nicht raten. Die 4 von Ost und der König von West deuten auf eine Situation der eingeschränkten Wahl. Der König war sicher eine Zwangskarte aber nicht die 4, da Ost von 10642 die freie Wahl hatte, auch die 6 oder die 2 zu spielen. Ost hatte drei Alternativen, somit sprechen die Odds von etwa 3:1 dafür, dass die 10 bei West steht und das Spiel des Asses die richtige Fortsetzung ist.

© by www.bridgebooks.de

Beispiel 16a:	Beispiel 16b:	Beispiel 16c:
N: **KB9**	N: **A2**	N: **AK109x**
S: **432**	S: **KD9876**	S: **xxxx**

Süd spielt im Beispiel 16a um einen Stich und spielt klein zum Buben, der an die Dame verliert. Wie spielt man am besten weiter? Doch hier kann das Prinzip der eingeschränkten Wahl nicht helfen, denn die Dame von Ost war keine Karte der freien Wahl, sie musste gespielt werden, um den Stich nicht zu verlieren. Die Voraussetzung, dass die beiden fehlenden Figuren angrenzend sein müssen, ist hier nicht erfüllt. Der Alleinspieler muss raten.

Im Beispiel 16b spielt Süd zum Ass und von West kommt die 10 oder der Bube, was nach dem Prinzip der eingeschränkten Wahl für die andere Figur bei Ost spricht. Doch der Schnitt in der nächsten Runde ist problematisch, West könnte auch von B102 eine Falschkarte gespielt haben. Fällt im Beispiel 16c auf das Ass von Nord bei Ost die Dame oder der Bube, so besteht wieder eine Situation der eingeschränkten Wahl. Die Wahrscheinlickeit der Dame bei West ist etwa doppelt so groß wie die bei Ost.

© by www.bridgetools.de

Abschließend sei vermerkt, dass das Spiel nach Wahrscheinlichkeiten zwar ein wichtiges Hilfsmittel ist, aber keine Gewähr für immer gute Ergebnisse liefert. In Anbetracht der zahlreichen Unsicherheiten und der oft geringen Unterschiede zwischen den Chancen verschiedener Spielvarianten kommt es vor allem darauf an, nicht gerade die schlechteste Variante zu wählen.

§ 3. WAHRSCHEINLICHKEITS-TABELLEN

Hinweise an Hand von Beispielen:

TABELLE I

Die Verteilungsmuster sind farbunspezifisch. Zum Beispiel beträgt die Wahrscheinlichkeit 15,5% für die häufig vorkommende 5-3-3-2 Verteilung, aber für 5 Piks, 3 Coeurs, 3 Karos und 3 Treffs nur 1,3 % (nicht in der Tabelle enthalten).

© by www.bridgetools.de

TABELLE II

Bei z.B. neun Karten in den gemeinsamen Händen von Alleinspieler und Dummy ist die fehlende Figur zu 12,4 % bei Ost oder West blank, nur bei Ost oder nur bei West die Hälfte davon, also zu 6,2%.

TABELLE III

Bei z.B. 10 Karten in den gemeinsamen Händen des Alleinspielers können die drei fehlenden Karten entweder 2-1/1-2 oder 3-0/0-3 verteilt sein, wobei z.B. 2-1 bedeutet, dass West zwei und Ost eine Karte hält. Abkürzend wird in der Regel vereinfachend von einer 2-1 oder 3-0 Verteilung gesprochen. 2-1 bedeutet in diesem Sinne: Entweder West hat zwei Karten und Ost eine oder West eine und Ost zwei. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist 78 % bei sechs möglichen Kombinationen. Die Wahrscheinlichkeit für zwei Karten nur bei West (oder nur bei Ost) ist dann die Hälfte davon.

Es gibt sechs Kombinationen für eine 2-1 Verteilung: Fehlen z.B. die drei Karten K32, so sind diese : K2-3, K3-2, 32-K, 2-K3, 3-K2, K-32. Die Wahrscheinlichkeit für eine davon, z.B. K2-3 (K2 bei West, 3 bei Ost) ist dann 13 % (=78 %/6). Für den blanken König z.B. gibt es zwei Positionen (je eine bei Ost und West), so dass diese Wahrscheinlichkeit 26 % beträgt.

Hinweis:

Fehlt eine gerade Anzahl von Karten, dann kommt die gleichmäßige Verteilung erheblich weniger oft vor als die ungleichmäßige. Allerdings ist zu beachten, dass z.B. die 3-1 Verteilung genau genommen zwei Verteilungen beinhaltet, nämlich die 3-1 und die 1-3 Verteilung, wenn man Ost und West unterscheidet.

So ist zum Beispiel bei vier ausstehenden Karten (Neun-Kartenfit) die gleichmässige 2-2 Verteilung zu 40,7 % wahrscheinlich, die 3-1 Verteilung aber zu 49,7 %. Oder: Bei sechs fehlenden Karten ist die Wahrscheinlichkeit der 3-3 Verteilung 35,6 %, für die 4-2 Verteilung aber 48,4 %. Das bedeutet, dass mit Händen wie AKxx-xxx oder AKxxx-xxxx damit gerechnet werden muss, dass diese Farben öfter nicht friedlich ausfallen. Die einzige Ausnahme: wenn zwei Karten fehlen, ist die 1-1 Verteilung mit 52 % etwas wahrscheinlicher als die 2-0 Verteilung mit 48 %.

© by www.bridgebooks.de

TABELLE IV

Zum Beispiel bei der Verteilung 5-3-3-2 hat Nord als Partner des Alleinspielers auf Süd in 65,8 % aller Fälle kein Single oder Chicane. Oder: Weder West oder Nord noch Ost haben in 31,3% aller Fälle ein Single oder Chicane.

TABELLE V

Zum Beispiel genau 10 Figurenpunkte hat ein Spieler in 9,4 % aller Hände, die er spielt. Die Spanne für 15-17 Punkte ist die Summe aus den Prozentpunkten für 15, 16 und 17 Figurenpunkten. Die Wahrscheinlichkeit, eine Hand mit 15-17 Punkten zu erhalten liegt dann bei 10,1 % (=4,42%+3,31%+2,36%), unabhängig von der Verteilung.

TABELLE I.
Wahrscheinlichkeit der Kartenverteilungen, in %

Verteilung	%	Verteilung	%	Verteilung	%
4-4-3-2	21,6 %	6-5-1-1	0,71 %	8-4-1-0	0,05 %
4-3-3-3	10,5 %	6-5-2-0	0,65 %	8-5-0-0	0,003 %
4-4-4-1	3,0 %	6-6-1-0	0,07 %	9-2-1-1	0,02 %
5-3-3-2	15,5 %	7-3-2-1	1,9 %	9-3-1-0	0,01 %
5-4-3-1	12,9 %	7-2-2-2	0,51 %	9-2-2-0	0,008 %
5-4-2-2	10,6 %	7-4-1-1	0,39 %	9-4-0-0	0,001 %
5-5-2-1	3,2 %	7-4-2-0	0,36 %	10-2-1-0	0,001 %
5-4-4-0	1,2 %	7-3-3-0	0,27 %	10-1-1-1	0,0004 %
5-5-3-0	0,9 %	7-5-1-0	0,11 %	10-3-0-0	0,0002 %
6-3-2-2	5,6 %	7-6-0-0	0,006 %	11-1-1-0	0,(4)2 %
6-4-2-1	4,7 %	8-2-2-1	0,19 %	11-2-0-0	0,(4)1 %
6-3-3-1	3,4 %	8-3-3-1	0,12 %	12-1-0-0	0,(6)3 %
6-4-3-0	1,3 %	8-3-2-0	0,11 %	13-0-0-0	0,(9)6 %

TABELLE II.
Wahrscheinlichkeit für eine bei den Gegnern vorhandene Figur in %

Anzahl Karten mit dem Partner	Blanke Figur	Figur zu zweit	Figur zu dritt	Figur zu viert
11 Karten	52 %	48 %		
10 Karten	26 %	52 %	22 %	
9 Karten	12,4 %	40,7 %	37,3 %	9,6 %
8 Karten	5,7 %	27,13 %	40,7 %	22,6 %
7 Karten	2,4 %	16,15 %	35,5 %	32,3 %
6 Karten	0,97 %	8,72 %	26,7 %	35,5 %
5 Karten	0,36 %	4,28 %	17,7 %	32,7 %
4 Karten	0,12 %	1,9 %	10,5 %	26,2 %
3 Karten	0,04 %	0,76 %	5,5 %	18,5 %
2 Karten	0,009 %	0,26 %	2,6 %	11,6 %

© by www.bridgebooks.de

TABELLE III.

Wahrscheinlichkeit dafür, wie aus der Sicht des Alleinspielers die fehlenden Karten bei den Gegnern verteilt sind in %

(N ist die Anzahl der möglichen Karten-Kombinationen)

Fehlende Karten	Verteilung	%	N
2	1-1	52 %	2
	2-0 / 0-2	48 %	2
3	2-1 / 1-2	78 %	6
	3-0 / 0-3	22 %	2
4	3-1 / 1-3	49,7 %	8
	2-2	40,7 %	6
	4-0 / 0-4	9,6 %	2
5	3-2 / 2-3	67,8 %	20
	4-1 / 1-4	28,3 %	10
	5-0 / 0-5	3,9 %	2
6	4-2 / 2-4	48,4 %	30
	3-3	35,5 %	20
	5-1 / 1-5	14,5 %	12
	6-0 / 0-6	1,5 %	2
7	4-3 / 3-4	62,2 %	70
	5-2 / 2-5	30,5 %	42
	6-1 / 1-6	6,8 %	14
	7-0 / 0-7	0,5 %	2
8	5-3 / 3-5	47,1 %	112
	4-4	32,7 %	70
	6-2 / 2-6	17,1 %	56
	7-1 / 1-7	2,9 %	16
	8-0 / 0-8	0,2 %	2
9	5-4 / 4-5	58,9 %	252
	6-3 / 3-6	31,4 %	168
	7-2 / 2-7	8,6 %	72
9	8-1 / 1-8	1,1 %	18
	9-0 / 0-9	0,05 %	2
10	6-4 / 4-6	46,2 %	420
	5 / 5	31,2 %	252
	7-3 / 3-7	18,5 %	240
	8-2 / 2-8	3,8 %	90
	9-1 / 1-9	0,35 %	20
	10-0 / 0-10	0,01 %	2
11	6-5 / 5-6	57,2 %	924
	7-4 / 4-7	31,8 %	660
	8-3 / 3-8	9,5 %	330
	9-2 / 2-9	1,4 %	110
	10-1 / 1-10	0,1 %	22
	11-0 / 0-11	0,002 %	2
12	7-5 / 5-7	45,7 %	1584
	6 / 6	30,5 %	924
	8-4 / 4-8	19,1 %	990
	9-3 / 3-9	4,2 %	440
	10-2 / 2-10	0,5 %	132
	11-1 / 1-11	0,02 %	24
	12-0 / 0-12	0,0003 %	2
13	7-6 / 6-7	56,6 %	3432
	8-5 / 5-8	31,9 %	2574
	9-4 / 4-9	9,8 %	1430
	10-3 / 3-10	1,6 %	572
	11-2 / 2-11	0,1 %	156
	12-1 / 1-12	0,003 %	26
	13-0 / 0-13	0,(4)2 %	2

© by www.bridgebooks.de

TABELLE IV.

Wahrscheinlichkeit dafür, wie oft aus der Sicht des Südspielers vor der Reizung die anderen Spieler keine Kürze haben (Single oder Chicane) in %

Wahrscheinlichkeit für kein Single oder Chicane

© by www.bridgebooks.de

Südhand	Wahrscheinlichkeit des Nicht-Unfalls bei :		
	W,N,oder O	W oder O	N
4-3-3-3	36,8 %	48,7 %	68,2 %
4-4-3-2	34,7 %	47,0 %	67,2 %
5-3-3-2	31,3 %	44,6 %	65,8 %
4-4-4-1	31,5 %	45,3 %	65,4 %
5-4-2-2	29,5 %	43,0 %	64,8 %
5-4-3-1	28,5 %	42,0 %	64,0 %
5-4-4-0	25,3 %	38,9 %	61,8 %
5-5-2-1	24,2 %	38,4 %	61,7 %
5-5-3-0	22,9 %	36,9 %	60,5 %
6-3-2-2	22,2 %	37,7 %	61,6 %
6-3-3-1	21,4 %	36,8 %	60,9 %
6-4-2-1	20,1 %	35,5 %	59,9 %
6-4-3-0	19,0 %	34,0 %	58,7 %
6-5-1-1	16,5 %	31,6 %	57,1 %
6-5-2-0	16,2 %	31,1 %	56,1 %
7-2-2-2	10,3 %	27,9 %	55,2 %
7-3-2-1	10,0 %	27,3 %	54,6 %
7-3-3-0	9,4 %	26,1 %	53,5 %
7-4-1-1	9,0 %	25,6 %	53,1 %
7-4-2-0	8,8 %	25,2 %	52,6 %

TABELLE V.

Wahrscheinlichkeit für die Anzahl der Figurenpunkte, die ein Spieler erwarten kann, in %

© by www.bridgebooks.de

Figurenpunkte	%	Figurenpunkte	%
0	0,36	16	3,31
1	0,79	17	2,36
2	1,36	18	1,61
3	2,46	19	1,04
4	3,84	20	0,64
5	5,19	21	0,38
6	6,55	22	0,21
7	8,03	23	0,12
8	8,89	24	0,056
9	9,36	25	0,026
10	9,41	26	0,012
11	8,94	27	0,005
12	8,03	28	0,002
13	6,91	29	0,0007
14	5,69	30	0,0002
15	4,42	31-37	0,0001

Hinweis zur Literatur

Die genannten Tabellen i-IV stammen aus dem Standardwerk der Bridge-Mathematik von Borel, E. und Chenon, A., „Théorie Mathématique du Bridge, 1954“. Sie sind auch neben weiteren Statistiken in der ACBL Enzyklopädie “Encyclopedia of Bridge, 7th Edition, 2011“ enthalten.

Die Literatur über die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten bestimmter Spielweisen ist weit getreut. Hier wurden vor allem auch folgende Quellen herangezogen:
Kelsey, H.W., Advanced Play at Bridge, 1968
Kelsey, H, Glauert, M., Bridge Odds for Practical Players, 2013.
Bei Kelsey/Glauert wird auch konkret auf die praktischen Methoden zur Abschätzung der im Verlaufe des Spieles sich ändernden Wahrscheinlichkeiten eingegangen. Die hier zu diesem Themen behandelten Beispiele beziehen sich teilweise auf Beispiele dieser beiden Quellen.

© www.bridgebooks.de

© by www.bridgebooks.de

© by www.bridgebooks.de